Aufgabe 3.2.6.:
Sei $A = (Q, \Sigma, \delta, q_0, q_f)$ ein ε-NEA, derart dass es keine zu q_0 hinführenden und keine von q_f ausgehenden Übergänge gibt. Beschreiben Sie für jede der folgenden Modifikationen von A die akzeptierte Sprache als Modifikation von $L = L(A)$:

a) Der Automat, der aus A konstruiert wird, indem ein ε-Übergang von q_f nach q_0 hinzugefügt wird.

b) Der Automat, der aus A konstruiert wird, indem ε-Übergänge von q_0 zu jedem Zustand, der von q_0 erreichbar ist, auf einem Pfad, dessen Beschriftung Zeichen aus Σ sowie ε enthalten können

c) Der Automat, der aus A konstruiert wird, in dem ε-Übergänge von jedem Zustand zu q_f hinzugefügt werden, von denen aus q_f auf irgendeinem Pfad erreichbar ist.

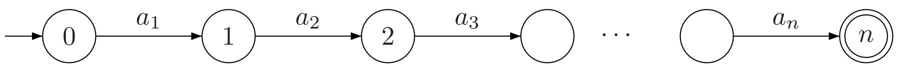
d) Der Automat, der aus A konstruiert wird, indem die unter b) und c) geforderte Modifikationen ausgeführt werden.

Lösung:

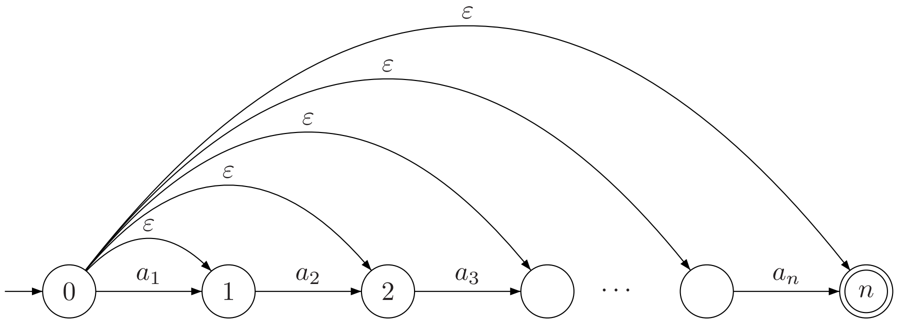
a) Sei A_{mod} der modifizierte, aus A konstruierte ε-NEA. Wird ε-Übergang von q_f nach q_0 hinzugefügt, dann muss der Automat mindestens einmal Zustand q_f erreichen, damit er akzeptiert. Ist er einmal in q_f kann er durch den hinzugefügten ε-Übergang "annehmen" die Zeichenreihe sei noch nicht beendet, und erwarten, dass noch einmal die zu q_f führende Zeichenreihe folgt. Ist q_f erreicht, wiederholt sich dieses Schema jedesmal, wenn eine zu q_f führende Zeichenreihe eingegeben wurde.
Das bedeutet:

$$L(A_{mod}) = L(A)L(A)^* \tag{1}$$

b) Der Automat A sehe wie folgt aus.



Dieser Automat akzeptiert alle Zeichenreihen, die die Form $a_1a_2a_3...a_n$ haben. Fügt man jetzt ε-Übergänge hinzu, von q_0 zu jedem Zustand, der von q_0 erreichbar ist, dann sieht der Automat A_{mod} wie folgt aus:

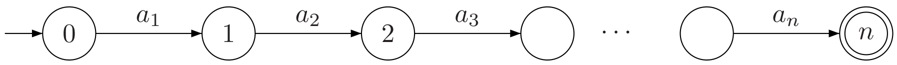


Dieser Automat akzeptiert alle Zeichenreihen, die folgender Form sind:

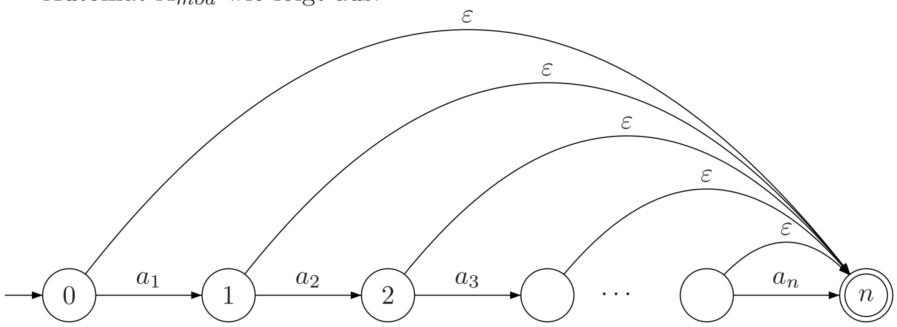
1) $a_1a_2a_3...a_n$
2) $a_2a_3...a_n$
3) $a_3...a_n$
...
n) a_n
n+1) ε

Die Sprache $L(A_{mod})$ ist demnach die Menge aller Suffixe von den Elementen in $L(A)$.

c) Der Automat A sehe wie folgt aus.



Dieser Automat akzeptiert alle Zeichenreihen, die die Form $a_1a_2a_3...a_n$ haben. Fügt man jetzt ε-Übergänge hinzu, von jedem q_i zu q_f, q_f von q_i aus auf irgendeinem Pfad erreichbar ist, dann sieht der modifizierte Automat A_{mod} wie folgt aus:

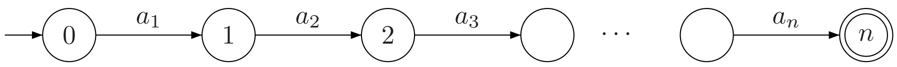


Dieser Automat akzeptiert alle Zeichenreihen, die folgender Form sind:

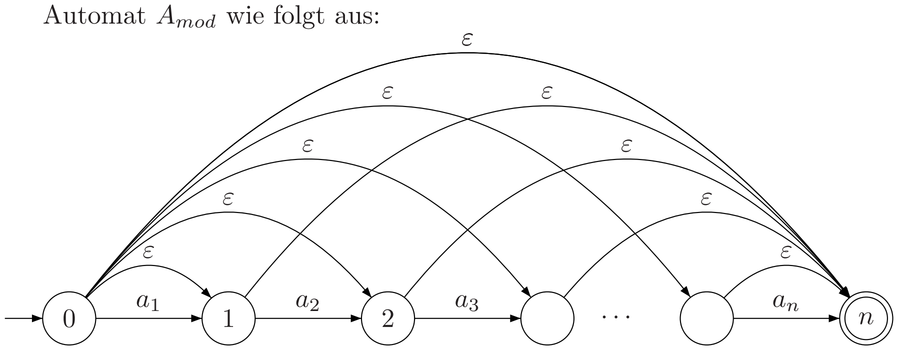
1) $a_1a_2a_3...a_{n-1}$
2) $a_1a_2a_3...a_{n-2}$
3) $a_1a_2a_3...a_{n-3}$
...
n-1) a_1a_2
n) a_1
n+1) ε

Die Sprache $L(A_{mod})$ ist demnach die Menge aller Prefixe von den Elementen in $L(A)$.

d) Der Automat A sehe wie folgt aus.



Dieser Automat akzeptiert alle Zeichenreihen, die die Form $a_1a_2a_3...a_n$ haben. Fügt man jetzt ε-Übergänge hinzu, von jedem q_i zu q_f, q_f von q_i aus auf irgendeinem Pfad erreichbar ist, dann sieht der modifizierte Automat A_{mod} wie folgt aus:



Die Sprache $L(A_{mod})$ dieses Automaten akzeptiert alle Zeichenreihen, die Teilzeichenreihen von Elementen in $L(A)$.